EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta* …070**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate *xOy* se consideră punctele $A(9,7)$, $B(1,-8)$, $C(-6,-1)$, $D(-7,0)$.

(4p) **a)** Să se determine partea reală a numărului $z=(2+i)^2$.

(4p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului $[AB]$.

(4p) **c)** Să se arate că triunghiul *ABC* este isoscel.

(4p) **d)** Să se determine $m,n\in \mathbf{R}$ astfel încât $x+my+n=0$ să reprezinte ecuația dreptei *BC*.

(2p) **e)** Să se determine coordonatele mijlocului segmentului $[BC]$.

(2p) **f)** Să se arate că punctele *B, C, D* sunt coliniare.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $27^{x+1}=3$.

(3p) **b)** Să se calculeze $3+6+9+...+2007$.

(3p) **c)** Să se determine câte numere naturale divizibile cu 5, de două cifre distincte, se pot forma cu elementele mulțimii $\{0,2,5,7\}$.

(3p) **d)** Să se calculeze probabilitatea ca un element din $(\mathbf{Z}_8,\cdot)$ să fie inversabil.

(3p) **e)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $C_3^1+xC_4^3+3=0$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=x^{2007}-e^{2007}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x),\ x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(3p) **d)** Să se demonstreze că funcția *f* este strict crescătoare pe **R**.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^{2007}f(0)}{f(n)}$.

SUBIECTUL III (20p)

În $M_3(\mathbf{R})$ se consideră submulțimile $G = \left\{ A(x) = \begin{pmatrix} 4^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix} \middle| x \in \mathbf{R} \right\}$ şi

$C(B) = \{X \in M_3(\mathbf{R}) | X \cdot B = B \cdot X\}$, unde $B = A(1) \in G$.

(4p) **a)** Să se arate că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y),\ \forall A(x), A(y) \in G$.

(4p) **b)** Să se arate că $\det(A(x)) \neq 0$, $\forall A(x) \in G$.

(4p) **c)** Să se arate că $\exists A(e) \in G$ astfel încât $A(x) \cdot A(e) = A(e) \cdot A(x) = A(x)$, $\forall A(x) \in G$.

(2p) **d)** Să se arate că $\forall A(x) \in G$, $\exists A(x') \in G$ astfel încât $A(x) \cdot A(x') = A(x') \cdot A(x) = A(0)$.

(2p) **e)** Să se determine inversa B^{-1} a matricei B.

(2p) **f)** Să se determine B^n, $n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **g)** Să se arate că dacă $X \in C(B)$, atunci $\exists a, b, c \in \mathbf{R}$, cu $X = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & c & b \end{pmatrix}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \ln(x^2+1) - x^2$ şi $F : [0, \infty) \to \mathbf{R}$

$F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$, $t \geq 0$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe $[0, \infty)$ şi strict crescătoare pe $(-\infty, 0]$.

(4p) **c)** Să se arate că $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se calculeze $F(x), x \geq 0$.

(2p) **e)** Să se arate că $F(x) \leq 0, \forall x \geq 0$.

(2p) **f)** Să se arate că $f(x) = f(-x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **g)** Să se rezolve ecuația $f(x) = 2 - e$.